

Diálogos...

Matemáticas: creatividad, trabajo y rigor

Marta Macho Stadler

Ficha

Nombre: Marta Macho Stadler

Nacimiento: 1962 / Bilbao

Ocupación: matemática

*La música es el placer que experimenta la mente humana al contar
sin darse cuenta de que está contando.*

Gottfried Wilhelm Leibniz

*El pensamiento es solo un destello en medio de una larga noche,
pero este destello lo es todo.*

Henri Poincaré

*Quizás la mejor manera de describir mi experiencia haciendo matemáticas sea
comparándola con entrar en una mansión oscura. Entrás en la primera habitación,
y está oscura, completamente a oscuras. Vas dando tumbos, tropezando con los
muebles. Poco a poco aprendes donde está cada mueble, y finalmente, después
de más o menos seis meses, encuentras el interruptor de la luz y lo conectas. De
repente todo se ilumina, y puedes ver exactamente dónde estás.*

Entonces entras en la siguiente habitación oscura...

Andrew Wiles

Las tres citas que abren este escrito pertenecen a tres grandes matemáticos: el alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) –quien es fundamentalmente conocido por haber desarrollado el cálculo infinitesimal y su notación, la empleada desde entonces–, el francés Henri Poincaré (1854-1912) –descrito frecuentemente como el último universalista capaz de entender y contribuir en todos los ámbitos de las matemáticas– y el británico Andrew Wiles (1953) –que resolvió la famosa conjetura de Fermat en 1995, tras más de ocho años de esforzado trabajo–.

Estas citas hablan de cómo las matemáticas intervienen en cualquier actividad humana – incluida la artística–, del papel de la imaginación y de las grandes dosis de esfuerzo que requiere la creación matemática.

Hoy en día nadie pone en duda la ‘eficacia’ de las matemáticas. La mayor parte de los grandes avances científicos y tecnológicos contienen pequeñas o grandes dosis de esta disciplina: cuando enviamos un SMS o realizamos una transacción bancaria, cuando disfrutamos de una simulación por ordenador o vemos una película animada, cuando nos sometemos a un escáner o nos gradúan la vista... las matemáticas están muy presentes.

Las matemáticas explican, ayudan a entender e intervienen en nuestro mundo. Y lo hacen desde el escepticismo *a priori*. Es decir, en matemáticas –como en las otras disciplinas científicas– solo puede aceptarse aquello que está acreditado a través de un argumento lógico, razonado, riguroso... y validado por pares. Solo se acepta aquello que ha sido demostrado completamente. Muchos de los razonamientos que llevan a resultados en esta disciplina ocupan centenares de páginas o precisan años de verificaciones por parte de personas expertas. Hasta que todo ese proceso no ha finalizado no se puede hablar de una ‘verdad matemática’.

Esta descripción del quehacer matemático –y también la ‘mala fama’ que persigue a esta disciplina– podría llevar a pensar que las matemáticas son frías, pura mecánica, números y algoritmos funcionando. Sin embargo, como decía la grandísima matemática Sofia Kovalevskaya (1850-1891):

Muchas personas que no han estudiado matemáticas las confunden con la aritmética y las consideran una ciencia seca y árida. Lo cierto es que esta ciencia requiere mucha imaginación.

Y realmente la requiere. La imaginación no está reñida, de ninguna manera, con el rigor. En *Comment conjuguer passion et création. Dialogue inattendu entre un artiste et un scientifique talentueux* (Favre, 2014), el matemático Cédric Villani (1973) y el artista Barabas (1957) dialogan sobre la pasión y la creación en cada una de sus disciplinas. El matemático explica:

Cuando la gente me pregunta: «¿Quería usted ser matemático desde pequeño?», o «¿Tuvo usted una revelación?» –como si, de repente, hubiera caído un rayo divino: «¡Serás matemático!»–, les respondo «¡No, no, lo mío eran los dinosaurios!». Después de todo, las tres virtudes cardinales de un matemático son las mismas que las de un paleontólogo.

*En primer lugar, la **imaginación**: no hay nada más imaginativo que un paleontólogo que consigue reconstituir una enorme bestia a partir de un pequeño montón de huesos recuperados aquí y allá.*

*En segundo lugar, la **tenacidad**: es necesaria tanto para profundizar en la búsqueda del teorema como para cavar en la búsqueda de un fósil.*

*Y además, en tercer lugar, el **rigor**. Es evidente para el matemático, pero también es necesario para el paleontólogo; cuando se realiza la reconstitución del dimetrodon o del iguanodon, hay que tener cuidado con la diversidad de las osamentas. Si se deja vía libre a la imaginación, no se llega a nada.*

Entre estos dos oficios, hay una similitud interesante.

La imaginación, la tenacidad y el rigor son las tres ‘virtudes cardinales’ de las matemáticas. No puedo estar más de acuerdo con Cédric Villani. Por sus extraordinarios resultados en matemáticas, en 2010 se concedió a este científico una de las prestigiosas Medallas Fields. Aunque su aspecto recuerda más al de un artista: un gran lazo al cuello y un broche en forma de araña le dan una apariencia elegante y misteriosa... En *Théorème vivant* (Grasset, 2012), Villani relata una simpática anécdota acaecida tras su asistencia a un concierto. Él hacía autostop para regresar a Lyon, y una mujer –que había ido a buscar a su hijo y a un amigo– recogió a Villani:



Cédric Villani.

- *Es bonita su araña.*
- *Sí, siempre llevo una araña, es mi estilo, las encargo hacer a medida en Lyon. En el Taller Libellule.*
- *¿Es usted músico?*
- *¡No!*
- *¿Artista?*
- *¡Matemático!*
- *¿Matemático?*
- *Sí, sí, ¡eso existe!*
- *¿En qué trabaja?*
- *Mmmmmm, ¿Realmente quiere saberlo?*
- *Sí, ¿por qué no? [...]*
- *He desarrollado una noción sintética de curvatura de Ricci minimizada en los espacios métricos medibles completos y localmente compactos.*
- *¿Qué? ¿Es una broma?*
- *Para nada. Es un artículo que ha tenido bastante repercusión en la comunidad.*
- *¿Puede repetirlo? ¡Es demasiado bueno!*
- *A ver, he desarrollado una noción sintética de curvatura de Ricci minimizada en los espacios métricos medibles completos y localmente compactos.*
- *¡Guau! ¿Y para qué sirve?*

Se ha roto el hielo, ha empezado. Explico con pelos y señales, hablo, desmitifico. La teoría de la relatividad de Einstein y la curvatura que desvía los rayos luminosos. [...]
Hablo, hablo mientras desfilan los kilómetros.

- *Ya está, entramos en Lyon. ¿Dónde le dejamos?*
- *Vivo en el distrito 1, ¡el barrio de los intelectuales! Pero, déjeme donde le venga bien, ya me arreglaré. [...]*
- *Antes de irse, ¿puede escribirme una fórmula matemática?*

A pesar de la creencia popular, en matemáticas no todo son números y fórmulas, aunque se trabaja siguiendo reglas muy precisas, las que dirigen cualquier razonamiento matemático. Pero este método de trabajo no va en contra de la creatividad; todo lo contrario. La creatividad que nace de esas reglas es considerable. A partir de un reducido número de axiomas y de las leyes lógicas aceptadas en matemáticas, se consigue llegar a numerosos e inventivos enunciados.

Recordemos que las personas que componen el grupo de experimentación literaria Oulipo –acrónimo de *Ouvroir de littérature potentielle*, Obrador de literatura potencial– crean sus obras precisamente bajo ‘traba’, experimentan y generan sus textos imponiéndose técnicas de escritura ‘limitada’. Y muchas de estas reglas impuestas son precisamente de tipo matemático. Entre dos de las propuestas oulipianas más conocidas, recordemos el poemario *Cent mille milliards de poèmes* de Raymond Queneau –con sonetos obtenidos tras un extraordinario ejercicio armonizando la combinatoria y la lírica– o *La vida instrucciones de uso* de Georges Perec –sensacional novela cuyos 99 capítulos se construyen usando teoría de grafos, cuadrados latinos y nociones de combinatoria–.

Las matemáticas inspiran a la literatura, pero también pueden beber de ella. En el artículo *N-ine, autrement dit quenine (encore)* (La bibliothèque oulipienne VI, Le Castor Astral, 2003) el matemático y oulipiano Jacques Roubaud explica cómo la forma poética denominada *sextina* –compuesta y cantada por primera vez por el trovador provenzal Arnaut Daniel (siglos XII-XIII)– ha inspirado varios teoremas matemáticos –relacionados con la combinatoria– en los que se caracterizan los valores de n para los que existen generalizaciones de estos poemas, las llamadas *n-ninas*.

Por cierto, esas denominadas ‘virtudes cardinales’ –la imaginación, la tenacidad y el rigor– son necesarias tanto para concebir un emotivo poema, como para componer una palpitante melodía o generar un bello enunciado matemático.

Henri Poincaré estaba profundamente interesado por la manera en la que se manifiesta la intuición matemática. En *Ciencia y método* (Espasa, 1965), el matemático recordaba la manera en la que le llegó la inspiración para completar uno de los problemas matemáticos que le rondaba la cabeza:

Por entonces salí de Caen, donde a la sazón vivía, para participar en una excursión geológica organizada por la escuela de minas. Las incidencias del viaje me hicieron olvidar mis trabajos matemáticos. En determinado momento estábamos en Coutances y habíamos de subir a un ómnibus para desplazarnos a otro sitio. Justo al poner el pie en el estribo, sin que ninguno de mis pensamientos precedentes pareciese haberla propiciado, me vino la idea de que las transformaciones que había usado para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la geometría no euclídea. No proseguí el razonamiento, ni hubiese tenido ocasión de ello, pues me senté en mi asiento y continué una conversación previa, pero estaba completamente seguro. A mi regreso a Caen lo comprobé concienzudamente por pundonor.

La neurociencia tendría mucho que decir sobre la manera en la que llega ese momento ‘ajá’, ese instante en el que todo encaja. Aunque, por supuesto, la llegada de ese momento de descubrimiento requiere de muchas horas de reflexión, de acercamientos errados, de éxitos parciales, de momentos de confusión e incluso de impotencia. Pero cuando llega –si llega– lo hace en muchas ocasiones en un entorno alejado del lugar habitual de trabajo, realizando una actividad opuesta a la del simple pensamiento deductivo que, probablemente, permite que toda esa información se ensamble...

Un (buen) profesional de las matemáticas busca relaciones, analogías y crea ciencia a través de sus rigurosas demostraciones. Un matemático excelente posee una mirada diferente a través de la cual comprende, relaciona, reescribe, reinterpreta, traza puentes insospechados entre conceptos y enuncia teoremas innovadores que resuelven problemas complejos. Algunas de esas soluciones llegan como un ‘destello’, como rezaba la cita de Poincaré que abre este escrito.

Por cierto, el 23 de mayo de 1908, Henri Poincaré impartió una conferencia titulada *L'invention mathématique* en el Institut général psychologique de París. En *La invención matemática. Cómo se inventa: el trabajo del inconsciente* (KRK, 2018), el Dr. Francisco González Fernández –especialista en filología francesa y experto en la obra de Poincaré– traduce y comenta los textos publicados por el matemático francés desarrollando las tesis de su discurso. La conferencia impartida por Poincaré se centraba en la teoría de las llamadas funciones fuchsianas y en la manera en la que la había “inventado”. Esta teoría forma parte de sus primeras creaciones matemáticas, realizada en los años 1880, poco después de defender su tesis doctoral. González Fernández comenta en la introducción del ensayo: “Para el matemático francés no se trata de referir el momento en el que se enciende la luz del genio, sino de comprender la naturaleza de esa súbita inspiración”; recordemos que su conferencia estaba dirigida a especialistas en psicología, no a personas entendidas en matemáticas.

En su prólogo, González Fernández compara la creatividad de Edgar Allan Poe al escribir *El cuervo* –“Poe relataba la elaboración de su poema como si fuera un problema de álgebra”– y la de Poincaré en sus matemáticas –“A la inversa, Poincaré mostraría que la invención matemática no surgía del puro raciocinio, sino merced ante todo a la intuición”–. El álgebra necesaria para encadenar versos y la creatividad al servicio del análisis matemático son dos buenos ejemplos de la naturaleza híbrida de muchos procesos de invención. Poincaré distingue en su texto entre la invención y el descubrimiento, critica la excesiva axiomatización de las matemáticas, y cita el papel fundamental del inconsciente en su proceso creativo, entre otros.



Este fragmento del discurso de Poincaré describe impecablemente esas matemáticas excelentes a las que hemos aludido anteriormente:

Los hechos matemáticos dignos de ser estudiados son aquellos que, por su analogía con otros hechos, son susceptibles de conducirnos al conocimiento de una ley matemática, al igual que los hechos experimentales nos conducen al conocimiento de una ley física. Son aquellos que nos revelan parentescos insospechados entre distintos hechos, conocidos hace mucho, pero que se creía erróneamente que no tenían nada que ver entre sí.

Continuando con este tema, en *El valor de la ciencia* (Espasa, 1964) en el capítulo titulado *La intuición y la lógica en matemáticas*, Poincaré razona sobre el papel que juegan la intuición y la lógica en la creación matemática.

[...] El lógico descompone, por decirlo así, cada demostración en un número muy grande de operaciones elementales; cuando se hayan examinado estas operaciones, unas después de otras, y se haya comprobado que cada una de ellas es correcta, ¿se creará haber comprendido el verdadero sentido de la demostración? ¿Asimismo, se habrá comprendido cuando, por un esfuerzo de memoria, nos hayamos capacitado para repetirla, reproduciendo todas esas operaciones elementales en el mismo ordenen que las había colocado el inventor?

Evidentemente, no; todavía no poseeremos la realidad completa; ese no sé qué que hace la unidad de la demostración, se nos escapará totalmente.

El análisis puro pone a nuestra disposición una multitud de procedimientos cuya infalibilidad nos garantiza; nos abre mil caminos diferentes en los que podemos entrar con toda confianza; estamos seguros de no encontrar obstáculos en ellos, pero ¿cuál todos de esos caminos es el que nos llevará más rápidamente al fin? ¿Quién nos dirá cuál hay que elegir? Nos hace falta una facultad que nos haga ver el objeto de lejos y esa facultad es la intuición. Es necesaria al explorador para elegir su ruta; no lo es menos a quien sigue sus huellas y quiere saber por qué la ha elegido.

[...] Así es como las antiguas nociones intuitivas de nuestros antepasados, aun cuando las hayamos abandonado, todavía imprimen su forma a los andamiajes lógicos que hemos colocado en su lugar.

Esta vista de conjunto es necesaria al inventor; es necesaria igualmente a aquél que quiere realmente comprender al inventor. ¿Puede dárnosla la lógica?

No, el nombre que le dan los matemáticos bastaría para probarlo. En matemáticas, la lógica se llama análisis, y análisis significa división, disección. No puede tener, pues, otra herramienta que el escalpelo y el microscopio.

De este modo, la **lógica** y la **intuición** tienen cada una un papel necesario. Ambas son indispensables. La lógica, que puede dar por sí misma la certeza, es el instrumento de la demostración; la intuición es el instrumento de la invención.

Las matemáticas seducen o repelen. A algunas personas les asustan, a otras les fascinan. En su *Éloge des mathématiques* (Flammarion. 2015) el filósofo Alain Badiou defiende y 'elogia' con pasión la disciplina matemática.

[...] He comparado a menudo más tarde las matemáticas con un paseo por la montaña: el camino de acercamiento es largo y penoso, con muchas curvas, repechos, uno cree haber llegado, pero queda aún una curva... Se suda, cuesta, pero cuando llegas a la cima, la recompensa es sin igual, realmente: esta conmoción, esta belleza final de las matemáticas, esta belleza ciertamente conquistada, absolutamente singular.

[...] Pero los matemáticos pueden perfectamente ser, como los poetas, personajes anarquizantes y románticos, o contemplativos y retirados. Porque lo que cuenta, finalmente, en matemáticas, es la invención, que surge a menudo al cabo de noches de trabajo incierto, en una especie de intuición contingente.

[...] Porque la demostración matemática constituye el camino de un ver. Se recapitula cuando se ha entendido todo. Ya no son las etapas penosas, los cálculos interminables en los que uno se pierde los que van a constituir la memoria del asunto. Lo que va a constituir la memoria del asunto, es lo que se ha entendido. No obstante, si has comprendido y captado algo, es porque has visto algo que nunca antes habías visto, y es este inefable placer el que va a permanecer.

[...] Es la simplicidad de las matemáticas, el hecho de que son unívocas, sin nada escondido, oscuro, sin doble sentido o engaño calculado, lo que nos puede maravillar. Y su indiferencia a las opiniones dominantes es un modelo de libertad.

La belleza, la emotividad o la libertad citadas en este apasionado alegato de Badiou son conceptos que difícilmente se relacionan con las matemáticas. Sin embargo, las matemáticas hacen vibrar, me atrevo a afirmar que de la misma manera que componer una sinfonía o interpretar una pieza musical sublime.

Quiero finalizar con dos citas. Proceden de un hombre y una mujer que, lamentablemente, fallecieron demasiado jóvenes. A pesar de esas muertes prematurashan dejado una huella imborrable en la historia de las matemáticas.

El genial Évariste Galois (1811-1832) describía de este modo la actividad científica (en Robert Bourgne y J.-P. Azra, *Écrits et Mémoires mathématiques d'Évariste Galois. Édition critique intégrale de ses manuscrits et publications*, Gauthier-Villars, 1962):

La ciencia es obra del ingenio humano, que está destinado a estudiar más que a conocer, a buscar más que a encontrar la verdad. En efecto, se piensa que una inteligencia que tuviera el poder de percibir de una sola vez el conjunto de las verdades matemáticas no conocidas por todos, pero todas las verdades posibles, podría también deducirlas regularmente y de manera mecánica a partir de algunos principios combinados por medio de un método uniforme; entonces más obstáculos.

Por su lado, Maryam Mirzakhani (1977-2017) la primera –y única, de momento– mujer galardonada con la Medalla Fields, percibía la actividad investigadora de este modo:

Es como estar perdida en una selva, tratas de utilizar todo el conocimiento que puedes reunir para intentar obtener algunos trucos nuevos que, con un poco de suerte, te permitan encontrar un salida.



Évariste Galois y Maryam Mirzakhani.

Las matemáticas son una aventura que precisa grandes dosis de creatividad, trabajo esforzado y, por supuesto, rigor. Pero, sin ninguna duda, se trata de una aventura fascinante.